

105 年四技二專統一入學測驗試題

《數學(C)》

答案來源：技專校院入學測驗中心

解析來源：王 睿老師

啓芳出版社 提供



105 年數學(C)統測試題可以說是近十年來命題最難的一次，一般而言，學生除非觀念理解十分透澈，並會做實際的運用，否則不易得高分。除了基本觀念理解外也要留意相關定義、公式的應用與計算。例如：第 4 題強調三角函數的整合應用，第 9 題除了行列式降階外也須結合克拉瑪公式解之判斷，而第 18 題除了要有機率基本觀念外，尚須理解不同代號表示意義，方可準確判斷解題。綜合而言，今年考題著重於三角函數以及微積分的相關應用，預估均標與高標會比去年低。

- (D) 1. 若直線 $3x - 2y + 6 = 0$ 的斜率為 a ， y 截距為 b ， x 截距為 c ，且此直線與兩坐標軸所圍成的封閉區域面積為 d ，求 $ab - cd$ 之值。 (A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{9}{2}$ (C) $\frac{15}{2}$ (D) $\frac{21}{2}$ 。

解 析： $\begin{array}{c|c|c} x & -2 & 0 \\ \hline y & 0 & 3 \end{array} \Rightarrow b = 3, c = -2, \text{ 且 } a = \frac{3}{2}, d = \frac{1}{2}|3 \times (-2)| = 3$
 $\therefore ab - cd = \frac{3}{2} \times 3 - (-2) \times 3 = \frac{21}{2}$

參閱講義：Q01 講義《第 1 章 直線方程式》P.12 夫子講 5 & P.13 夫子講 9
S01 講義《第 1 章 直線方程式》P.16 夫子講 9&10

- (B) 2. 若 $f(x) = \sec^2 \frac{x}{2} + \csc^2 \frac{x}{2}$ 的週期為 P ，求 P 之值。 (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) π (C) 2π (D) π^2 。

解 析： $f(\pi + x) = \sec^2(\frac{\pi + x}{2}) + \csc^2(\frac{\pi + x}{2}) = [-\csc(\frac{x}{2})]^2 + [\sec(\frac{x}{2})]^2 = \sec^2(\frac{x}{2}) + \csc^2(\frac{x}{2}) = f(x)$
 \therefore 週期 $P = \pi$

參閱講義：Q01 講義《第 3 章 三角函數的應用》P.36 夫子講 2
S01 講義《第 2 章 三角函數及其應用》P.45 夫子講 2

- (B) 3. 設 $\triangle ABC$ 三內角 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的對應邊分別為 a 、 b 、 c ，且 $\sqrt{a^2 - 3bc} = b - c$ ，求 $\angle A$ 之值。 (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{2\pi}{3}$ (C) $\frac{3\pi}{4}$ (D) $\frac{5\pi}{6}$ 。

解 析： $\sqrt{a^2 - 3bc} = b - c$ ，兩邊平方得 $a^2 - 3bc = b^2 - 2bc + c^2 \Rightarrow b^2 + c^2 - a^2 = -bc$
 $\therefore \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{-1}{2} \Rightarrow \angle A = \frac{2\pi}{3}$

參閱講義：Q01 講義《第 3 章 三角函數的應用》P.49 我來做 5
S01 講義《第 2 章 三角函數及其應用》P.61 我來做 6

- (C) 4. 設 $\sec \theta + \csc \theta = 1$ ，求 $\sec \theta \csc \theta$ 之值。 (A) $\sqrt{2} + 1$ (B) $\sqrt{2} - 1$ (C) $-\sqrt{2} - 1$ (D) $-\sqrt{2} + 1$ 。

解 析： $\frac{1}{\cos \theta} + \frac{1}{\sin \theta} = 1 \Rightarrow \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta \cos \theta} = 1 \Rightarrow \sin \theta + \cos \theta = \sin \theta \cos \theta$

兩邊平方得 $1 + 2\sin \theta \cos \theta = \sin^2 \theta \cos^2 \theta$

令 $t = \sin \theta \cos \theta$ ， $t^2 - 2t - 1 = 0 \Rightarrow t = 1 \pm \sqrt{2}$ ，且 $\sec \theta + \csc \theta = 1 \Rightarrow \theta$ 為第二、四象限角

$\therefore t = 1 - \sqrt{2} \Rightarrow \frac{1}{t} = \frac{1}{1 - \sqrt{2}} = -\sqrt{2} - 1$ ，故 $\sec \theta \csc \theta = -\sqrt{2} - 1$

參閱講義：Q01 講義《第 2 章 三角函數》P.29 夫子講 7
S01 講義《第 2 章 三角函數及其應用》P.36 夫子講 7

(B) 5. 設 $a = \cos 40^\circ \cos 80^\circ \cos 160^\circ$, $b = \sin 10^\circ \cos 20^\circ \cos 40^\circ$, 則 $a+b$ 之值為何 ?

- (A) $-\frac{1}{4}$ (B) 0 (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{2}$.

解 析 : ① $8\sin 40^\circ a = 8\sin 40^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ \cos 160^\circ = 4\sin 80^\circ \cos 80^\circ \cos 160^\circ$
 $= 2\sin 160^\circ \cos 160^\circ = \sin 320^\circ = -\sin 40^\circ$

$$\therefore a = -\frac{1}{8}$$

② $8\sin 10^\circ b = 8\sin 10^\circ \cos 10^\circ \cos 20^\circ \cos 40^\circ = 4\sin 20^\circ \cos 20^\circ \cos 40^\circ$
 $= 2\sin 40^\circ \cos 40^\circ = \sin 80^\circ = \cos 10^\circ$

$$\therefore b = \frac{1}{8}$$

故 $a+b=0$

參閱講義 : Q01 講義《第 3 章 三角函數的應用》P.45 我來做 4

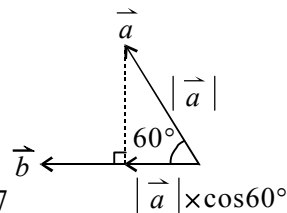
S01 講義《第 2 章 三角函數及其應用》P.69 進階第 15 題

(A) 6. 已知向量 $\vec{a} = (-6, 8)$ 且與 \vec{b} 之夾角為 60° , 則向量 \vec{a} 在 \vec{b} 上的正射影長為何 ?

- (A) 5 (B) 7 (C) $5\sqrt{3}$ (D) 10 .

解 析 : $|\vec{a}| = \sqrt{(-6)^2 + 8^2} = 10$

$$|\vec{a}| \times \cos 60^\circ = 10 \times \frac{1}{2} = 5$$



參閱講義 : Q01 講義《第 4 章 向量》P.65 我來做 7

S01 講義《第 3 章 向量》P.84 我來做 8

(A) 7. 已知 a, b 為實數, 若 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 6$, $g(x) = x^2 - 7x + 6$, 且 $f(x)$ 可被 $g(x)$ 整除, 求 $2a+3b$ 之值。 (A) 23 (B) 36 (C) 39 (D) 45 .

解 析 : $g(x) | f(x) \Rightarrow (x-1)(x-6) | f(x) \Rightarrow \begin{cases} f(1)=0 \\ f(6)=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1+a+b-6=0 \\ 216+36a+6b-6=0 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+b=5 \\ 6a+b=-35 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-8 \\ b=13 \end{cases}$$

$$\therefore 2a+3b = -16+39 = 23$$

參閱講義 : Q01 講義《第 5 章 式的運算》P.78 夫子講 6

S01 講義《第 4 章 式的運算》P.101 夫子講 7

(D) 8. 已知 A, B, C 為常數, 且對任意 x 均滿足 $\frac{3x^2+9x-3}{(x-1)(x+2)^2} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+2} + \frac{C}{(x+2)^2}$, 求 B 之值。

- (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2 .

解 析 : 原式 $\Rightarrow \frac{3x^2+9x-3}{(x-1)(x+2)^2} = \frac{A(x+2)^2 + B(x-1)(x+2) + C(x-1)}{(x-1)(x+2)^2}$

$$\therefore 3x^2+9x-3 = A(x+2)^2 + B(x-1)(x+2) + C(x-1)$$

① $x=1$ 代入得 $9 = A \times 9 \Rightarrow A=1$

② 比較 x^2 項 : $3 = A+B \Rightarrow B=2$

故 $B=2$

參閱講義 : Q01 講義《第 5 章 式的運算》P.82 夫子講 3

S01 講義《第 4 章 式的運算》P.107 夫子講 4

(D) 9. 若三元一次聯立方程式 $\begin{cases} ax-ay=5 \\ ax-y+(1-a)z=3 \\ (1-a)y+(2a-3)z=1 \end{cases}$ 恰有一解，則 a 可能為下列何值？

(A)0 (B)1 (C)2 (D)3。

解 析： $\Delta = \begin{vmatrix} a & -a & 0 \\ a & -1 & 1-a \\ 0 & 1-a & 2a-3 \end{vmatrix} \xrightarrow{\times(-1)} \begin{vmatrix} a & -a & 0 \\ 0 & a-1 & 1-a \\ 0 & 1-a & 2a-3 \end{vmatrix} = a[(a-1)(2a-3)-(1-a)^2] = a(a-1)(a-2)$

\therefore 恰有一解 $\Rightarrow \Delta \neq 0 \quad \therefore a \neq 0, 1, 2$ ，故選(D)

參閱講義：Q01 講義《第 6 章 方程式》P.97 我來做 7
S01 講義《第 5 章 方程式》P.128 夫子講 9

(D) 10. 設 a, b, c 均為實數，若 $(a-b)(b-c)(c-a) = -2$ ，則 $\begin{vmatrix} 2a & b & b \\ 6c & 3c & 3b \\ 2c-2a & c-a & c-a \end{vmatrix}$ 之值為何？

(A)-12 (B)-6 (C)6 (D)12。

解 析： $3 \begin{vmatrix} 2a & b & b \\ 6c & 3c & 3b \\ 2c-2a & c-a & c-a \end{vmatrix} \xrightarrow{\times(-1)} 2 \times 3 \times \begin{vmatrix} a & b & b \\ c & c & b \\ c-a & c-a & c-a \end{vmatrix} = 6(c-a) \times \begin{vmatrix} a & b & b \\ c & c & b \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

$= 6(c-a) \times \begin{vmatrix} a & b-a & b-a \\ c & 0 & b-c \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 6(c-a)(b-a)(b-c) = -6(a-b)(b-c)(c-a) = 12$

參閱講義：Q01 講義《第 6 章 方程式》P.96 我來做 5
S01 講義《第 5 章 方程式》P.126 我來做 6

(A) 11. 已知 $z_1 = \sqrt{3} + i$ ， $z_2 = 1 + i$ ，其中 $i = \sqrt{-1}$ ，則 $z_1^2 z_2^4$ 可表示為下列哪一個？

(A) $16(\cos 240^\circ + i \sin 240^\circ)$

(B) $16(\cos 300^\circ + i \sin 300^\circ)$

(C) $16(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$

(D) $16(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ)$ 。

解 析： $z_1 = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right) = 2(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ) \Rightarrow z_1^2 = 4(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$

$z_2 = \sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i\right) = \sqrt{2}(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ) \Rightarrow z_2^4 = 4(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ)$

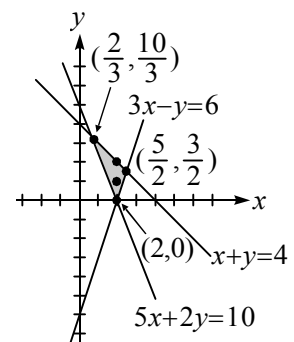
$\therefore z_1^2 z_2^4 = 16(\cos 240^\circ + i \sin 240^\circ)$

參閱講義：Q01 講義《第 7 章 複數》P.114 夫子講 3
S01 講義《第 6 章 複數》P.149 夫子講 3

(B) 12. 滿足二元一次聯立不等式 $\begin{cases} x+y \leq 4 \\ 3x-y \leq 6 \\ 5x+2y \geq 10 \end{cases}$ 的整數解 (x, y) 共有幾個？ (A)3 (B)4 (C)5 (D)6。

解 析： $\begin{array}{c|c|c|c|c} x & 1 & 2 & 2 & 2 \\ \hline y & 3 & 0 & 1 & 2 \end{array} \quad \therefore$ 共有 4 個整數解

參閱講義：Q01 講義《第 8 章 不等式及其應用》P.131 夫子講 3
S01 講義《第 7 章 不等式及其應用》P.168 夫子講 3



(C) 13. 設 a, b, c, d, e, f 六數成等比數列，且已知 $a+c+e=168$ ， $b+d+f=84$ ，則 d 之值為何？ (A)6 (B)9 (C)16 (D)32。

解 析：設 $b=ar$ ， $c=ar^2$ ， $d=ar^3$ ， $e=ar^4$ ， $f=ar^5$ ，且 r 為公比

$$\begin{cases} a+c+e=168 \\ b+d+f=84 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+ar^2+ar^4=168 \\ ar+ar^3+ar^5=84 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a(1+r^2+r^4)=168 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ ar(1+r^2+r^4)=84 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\frac{\textcircled{1}}{\textcircled{2}} \Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{2}{1} \Rightarrow r = \frac{1}{2}, \text{ 代入 } \textcircled{1}: a(1+\frac{1}{4}+\frac{1}{16})=168 \Rightarrow a=128 \quad \therefore d=ar^3=128 \times \frac{1}{8}=16$$

參閱講義：Q01 講義《第 9 章 數列與級數》P.145 夫子講 4
S01 講義《第 8 章 數列與級數》P.185 夫子講 3

(A) 14. 已知 $\log_{10} 2=p$ ， $\log_{10} 3=q$ ，求 $\log_{\sqrt{6}} 36 - \log_{\frac{1}{6}} 6 + \log_6 \sqrt{12}$ 之值。

(A) $5 + \frac{2p+q}{2p+2q}$ (B) $3 + \frac{2p+q}{2p+2q}$ (C) $3 + \frac{2p+q}{2p-2q}$ (D) $5 + \frac{2p+q}{2p-2q}$ 。

解 析：求式 $= \log_{\frac{1}{6^2}} 6^2 - \log_{6^{-1}} 6 + \log_6 12^{\frac{1}{2}} = 4 + 1 + \frac{1}{2} \times \frac{\log 12}{\log 6} = 5 + \frac{1}{2} \left(\frac{2 \log 2 + \log 3}{\log 2 + \log 3} \right) = 5 + \frac{2p+q}{2p+2q}$

參閱講義：Q01 講義《第 10 章 指數與對數》P.161 夫子講 4 & 夫子講 5
S01 講義《第 9 章 指數與對數》P.208 夫子講 5

(A) 15. 設 $a=(0.1)^{\frac{1}{4}}$ ， $b=(0.2)^{\frac{1}{4}}$ ， $c=(0.2)^{\frac{1}{5}}$ ，則下列何者正確？

(A) $a < b < c$ (B) $c < a < b$ (C) $b < a < c$ (D) $b < c < a$ 。

解 析： $\because \frac{1}{4} > \frac{1}{5} \Rightarrow 0.2^{\frac{1}{4}} < 0.2^{\frac{1}{5}}$ 且 $0.1^{\frac{1}{4}} < 0.2^{\frac{1}{4}}$ $\therefore 0.1^{\frac{1}{4}} < 0.2^{\frac{1}{4}} < 0.2^{\frac{1}{5}}$ ，故 $a < b < c$

參閱講義：Q01 講義《第 10 章 指數與對數》P.159 我來做 6
S01 講義《第 9 章 指數與對數》P.205 我來做 7

(C) 16. 試求 139^6 除以 4 的餘數為何？ (A)3 (B)2 (C)1 (D)0。

解 析： $139^6 = (140-1)^6 = C_0^6 \cdot (-1)^6 \cdot 140^0 + \underbrace{C_1^6 \cdot (-1)^5 \cdot 140^1 + \cdots + C_6^6 \cdot (-1)^0 \cdot 140^6}_{\text{必為4的倍數}}$

$\therefore C_0^6 \cdot (-1)^6 \cdot 140^0 = 1$ ，故 139^6 除以 4 的餘式為 1

參閱講義：Q01 講義《第 11 章 排列與組合》P.187 考題第 25 題
S01 講義《第 10 章 排列與組合》P.238 夫子講 4

(C) 17. 若同時擲兩粒公正的骰子，則下列何者正確？

- (A) 點數和等於 5 的機率大於點數和等於 8 的機率
(B) 點數和等於 6 的機率大於點數和等於 7 的機率
(C) 點數和等於 7 的機率大於點數和等於 9 的機率
(D) 點數和等於 9 的機率大於點數和等於 8 的機率。

解 析：設兩粒點數和為 X ，則由表可知

$$P(X=5) = \frac{4}{36}, P(X=6) = \frac{5}{36}, P(X=7) = \frac{6}{36}$$

$$P(X=8) = \frac{5}{36}, P(X=9) = \frac{4}{36}$$

$$\therefore P(X=5) = P(X=9) < P(X=6) = P(X=8) < P(X=7)$$

故選(C)

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

參閱講義：Q01 講義《第 12 章 機率》P.196 夫子講 2
S01 講義《第 11 章 機率與統計》P.253 夫子講 2

(D) 18. 連續投擲一公正硬幣四次，觀察其出現正反面的情形。已知 E 為第二次投擲出現正面的事件， F 為第三次投擲出現正面的事件， G 為四次投擲中至少出現兩次正面的事件。若 $p(A)$ 表示事件 A 發生的機率，則下列敘述何者正確？

(A) $p(E) = \frac{1}{8}$ (B) $p(E \cap G') = \frac{1}{8}$ (C) $p(F|E) = \frac{1}{4}$ (D) $p(G) = \frac{11}{16}$ 。

解析：(A)×：設樣本空間為 S ， $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{2 \times 1 \times 2 \times 2}{2^4} = \frac{1}{2}$

(B)×： G' 為四次中出現一次或零次正面， $E \cap G' = \{\text{反,正,反,反}\}$

$$\therefore P(E \cap G') = \frac{n(E \cap G')}{n(S)} = \frac{1}{16}$$

(C)×： $\therefore P(F|E) = \frac{n(E \cap F)}{n(E)} = \frac{2 \times 1 \times 1 \times 2}{2 \times 1 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2}$

(D)○： $P(G) = 1 - P(G') = 1 - \left(\frac{1}{16} + \frac{4}{16}\right) = \frac{11}{16}$
↑ ↑
全反 1正3反

參閱講義：Q01 講義《第 12 章 機率》P.200 夫子講 8 & 夫子講 9

S01 講義《第 11 章 機率與統計》P.257~P.258 夫子講 9 & 夫子講 10

(C) 19. 下列各選項的抽樣資料中，何者的標準差最小？

(A) 7.5、11.5、19.5、23.5、25.5 (B) 6、10、18、22、24

(C) 3.5、4.5、6.5、7.5、8 (D) 3、5、9、11、12。

解析：樣本標準差 $S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$

資料數值差距越小，其標準差越小，可觀察出(C)資料之間差距最小，其標準差最小故選(C)

參閱講義：Q01 講義《第 13 章 統計》P.229 大考特區第 2 題

S01 講義《第 11 章 機率與統計》P.295 大考特區下方第 2 題

(C) 20. 已知圓的方程式為 $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ ；直線方程式為 $x + y - 1 = 0$ ，若圓和直線的交點分別為 A 與 B ，圓心為 O ，則下列何者正確？

(A) $\overline{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

(B) 圓心 O 到直線 \overleftrightarrow{AB} 的距離為 $\frac{1}{2}$

(C) 圓心 O 與 A 、 B 形成的三角形 $\triangle ABO$ 面積為 $\frac{1}{2}$

(D) 交點 A 、 B 的坐標分別為 $(-1,0)$ 、 $(0,1)$ 。

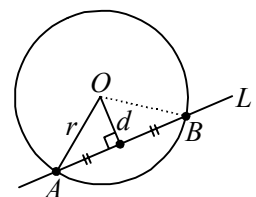
解析：圓： $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$ ，圓心 $O(1,1)$ ，半徑 $r=1$

(A)×： $d(O,L) = \frac{|1+1-1|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ， $\overline{AB} = 2\sqrt{r^2 - d^2} = \sqrt{2}$

(B)×： $d(O,L) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

(C)○： $\triangle ABO$ 面積 = $\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times d = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$

(D)×： $\because (-1,0)$ 不在直線上 $\therefore (-1,0)$ 並非交點



參閱講義：Q01 講義《第 14 章 圓》P.237 夫子講 3

S01 講義《第 12 章 二次曲線》P.304 夫子講 3

(A) 21. 已知一橢圓之焦點分別為(3,3)及(-1,3)，且過點(3,6)，則下列何者為橢圓上的點？

(A)(-1,0) (B)(1,2) (C)(2,3) (D)(4,5)。

解 析： $2a = \sqrt{0^2 + 3^2} + \sqrt{4^2 + 3^2} = 3 + 5 = 8$

(A)○： $\sqrt{(-4)^2 + (-3)^2} + \sqrt{0^2 + (-3)^2} = 5 + 3 = 8$

(B)×： $\sqrt{(-2)^2 + (-1)^2} + \sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{5} + \sqrt{5} \neq 8$

(C)×： $\sqrt{(-1)^2 + 0^2} + \sqrt{3^2 + 0^2} = 1 + 3 \neq 8$

(D)×： $\sqrt{1^2 + 2^2} + \sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{5} + \sqrt{29} \neq 8$

參閱講義：Q01 講義《第 15 章 圓錐曲線》P.249 我來做 1

S01 講義《第 12 章 二次曲線》P.320 我來講 3

(A) 22. 已知 $f(x) = \frac{x(2x-1)(13x+2)^4}{\sqrt{27x+9}}$ ，求 $f(x)$ 在 $x=0$ 的導數 $f'(0)$ 之值。

(A) $-\frac{16}{3}$ (B) $-\frac{8}{3}$ (C) $-\frac{4}{3}$ (D) $-\frac{1}{3}$ 。

解 析： $f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2x-1)(13x+2)^4}{\sqrt{27x+9}} = \frac{(-1) \times 2^4}{\sqrt{9}} = \frac{-16}{3}$

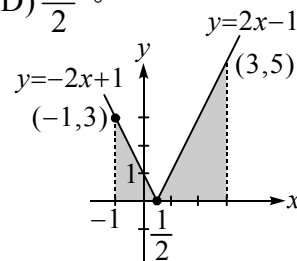
參閱講義：Q01 講義《第 16 章 微積分及其應用》P.268 夫子講 1

S01 講義《第 13 章 微積分及其應用》P.347 夫子講 1

(B) 23. 試求定積分 $\int_{-1}^3 |2x-1| dx$ 之值。(A) $\frac{15}{2}$ (B) $\frac{17}{2}$ (C) $\frac{19}{2}$ (D) $\frac{21}{2}$ 。

解 析： $\int_{-1}^3 |2x-1| dx = \triangle + \triangle$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 3 + \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times 5 = \frac{9}{4} + \frac{25}{4} = \frac{34}{4} = \frac{17}{2}$$



參閱講義：Q01 講義《第 16 章 微積分及其應用》P.279 夫子講 5

S01 講義《第 13 章 微積分及其應用》P.370 夫子講 3

(D) 24. 試求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2+1}{n} - \frac{2n^2+n+2}{n+2} \right)$ 之值。(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3。

解 析：求式 $= \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{(2n^2+1)(n+2)}{n(n+2)} - \frac{n(2n^2+n+2)}{n(n+2)} \right] = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - n + 2}{n^2 + 2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 - \frac{1}{n} + \frac{2}{n^2}}{1 + \frac{2}{n}} = 3$

參閱講義：Q01 講義《第 16 章 微積分及其應用》P.265 夫子講 5

S01 講義《第 13 章 微積分及其應用》P.343 夫子講 7

(B) 25. 設 $f(x) = x^3 + 3x^2$ 、 $g(x) = 4$ ，則兩函數 $y = f(x)$ 與 $y = g(x)$ 之圖形所圍成的封閉區域面積為何？(A) $\frac{11}{4}$ (B) $\frac{27}{4}$ (C) $\frac{91}{4}$ (D) $\frac{221}{4}$ 。

解 析：① $f(x) = g(x) \Rightarrow x^3 + 3x^2 = 4$

$$\therefore x^3 + 3x^2 - 4 = 0 \Rightarrow (x-1)(x+2)^2 = 0 \Rightarrow x = 1, -2, \text{ 其交點 } (1, 4), (-2, 4)$$

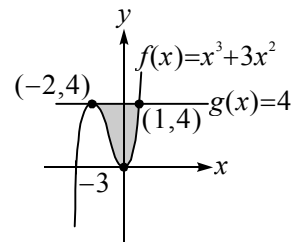
② $f'(x) = 3x^2 + 6x = 3x(x+2)$ ， $f''(x) = 6x + 6$

令 $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0, -2$ ，且 $f''(0) > 0$ ， $f''(-2) < 0$

\therefore 臨界點 $(0, 0)$ ， $(-2, 4)$

$$\text{面積} = \int_{-2}^1 [4 - (x^3 + 3x^2)] dx = \int_{-2}^1 (-x^3 - 3x^2 + 4) dx$$

$$= \left(-\frac{1}{4}x^4 - x^3 + 4x \right) \Big|_{-2}^1 = \left(-\frac{1}{4} - 1 + 4 \right) - (-4 + 8 - 8) = \frac{27}{4}$$



參閱講義：Q01 講義《第 16 章 微積分及其應用》P.280 夫子講 6

S01 講義《第 13 章 微積分及其應用》P.372 夫子講 7